

ORDENAÇÃO E ÁRVORES

RAUL H.C. LOPES

Este documento apresenta uma lista de exercícios que devem ser resolvidos e entregues até o dia da última prova do semestre. Resolvê-los é um dos passos mais importantes na preparação para a prova.

1. CORREÇÃO DE PROGRAMAS DEFINIDOS INDUTIVAMENTE

Nesta seção, apresente algoritmos de forma axiomática e prove sua correção.

Questão 1. *Apresente algoritmos de forma axiomática e prove sua correção para os seguintes problemas:*

- (1) *Selecionar o mínimo de uma seqüência.*
- (2) *Particionar uma seqüência em relação ao seu primeiro elemento.*
- (3) *Ordenar uma seqüência por quicksort.*
- (4) *ordenar uma seqüência heapsort, usando um heap axiomaticamente definido.*

Questão 2. *Qual é o mínimo e máximo de comparações entre itens usado por cada um dos algoritmos da questão 1.*

2. O CONCEITO DE INVARIANTE

O conceito de invariante foi provavelmente um dos fundamentais de todo o curso. A estrutura de uma árvore binária de itens de A pode ser vista como tendo como propriedade invariante o fato de que todo nó possui:

- um item de tipo A ;
- de zero a duas subárvores de itens de tipo A .

Uma árvore binária é, então, uma folha (árvore vazia), ou um nó caracterizado por essa invariante.

Uma árvore binária de pesquisa respeita essas propriedades, mas adiciona a invariante de que os itens dos nós estão ordenados.

Questão 3. *Para cada uma das estruturas abaixo, apresente as propriedades invariantes da estrutura e defina formalmente essas propriedades:*

- *árvore binária de pesquisa;*

- *árvore-B*;
- *árvore splay*;
- *árvore binomial*;
- *heap binomial*.

Questão 4. *Defina operadores de inserção e exclusão em árvore binária de pesquisa e prove sua correção.*

Questão 5. *Defina um operador de inserção em árvore-B e prove sua correção.*

Questão 6. *Defina o operador de splay de uma splay tree e prove que ele mantém a ordenação da árvore.*

3. INVARIANTE E DERIVAÇÃO DE PROGRAMAS

Nos exercícios abaixo use a linguagem de comandos guardados de Dijkstra para derivar programas e provar sua correção.

Questão 7. *Que relação existe entre propriedades invariantes e a correção parcial de programas?*

Questão 8. *O que é correção total de programas?*

Questão 9. *Derive programas, e prove sua correção total, para:*

- (1) *Selecionar o mínimo de uma sequência.*
- (2) *Particionar uma sequência em relação a um elemento qualquer da mesma.*
- (3) *Particionar uma sequência de inteiros positivos em relação primeiro bit de cada um deles.*
- (4) *Intercalar duas sequências ordenadas.*
- (5) *Ordenar uma sequência, usando heapsort.*

Questão 10. *Qual é o mínimo e máximo de comparações entre itens usado por cada um dos algoritmos da questão 9.*