UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO - DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Lista de Exercí - Programação Linear

1. Considere o PPL abaixo:

$$\begin{cases} 10x_1 & + & 20x_2 & \geq & 50 \\ 50x_1 & + & 10x_2 & \geq & 100 \\ x_1 & e & x_2 & \geq & 0 \\ 10x_1 & + & 11x_2 & = & z_0(x) \to \text{mín!} \end{cases}$$

   (a) Resolva pelo método das 2 fases.
   (b) Escreva o dual do problema acima e retire, do quadro ótimo do simplex, a solução ótima do dual.
   (c) Em seguida, troque o termo independente b^t por $b_1^t = (51\ 101)$. Utilize o algoritmo dual-simplex para encontrar a solução ótima do primal com o vetor b modificado.

   Obs:

   (a) Solução do item (a): $x_1^* = 5/3$, $x_2^* = 5/3$ e $Q(x^*) = 35$.
   (b) Solução do item (a): $x_1^* = 0$, $x_2^* = 0.87$ e $Q(x^*) = 9.594$.
   (c) As continhas são enjoadas!!!!

2. Considere o PPL abaixo:

$$\begin{cases} x_1 & & & \leq & 3 \\ & & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 9 \\ x_1 & e & x_2 & \geq & 0 \\ 5x_1 & + & 2x_2 & = & z_0(x) \to \text{máx!} \end{cases}$$

   (a) Resolva pelo método simplex.
   (b) Escreva o dual do problema acima e retire, do quadro ótimo do simplex, a solução ótima do dual.

3. Falso ou Verdadeiro. Justifique.

   (a) Considere $x^* = B^{-1}b$ a solução ótima de um PPL. Fazendo uma alteração no vetor independente b para b_1, podemos substituir no quadro ótimo do Simplex o termo indepedente com as devidas atualizações do quadro. Em seguida, aplica-se o algortimo Simplex.
   (b) Considere $x^* = B^{-1}b$ a solução ótima de um PPL. Introduzindo novas resitrições, basta inserirmos tais restrições no quadro ótimo do Simplex, sem qualquer preocupação de atualização. Em seguida, aplica-se o algoritmo Dual-Simplex.

(c) Considere o PPL dado por $Ax = b$, $x \geq 0$ e $z_0(x) = cx$. Seja B uma base dual viável de $Ax = b$, então $(c^B)^T B^{-1}$ é um vértice de $uA \leq c^T$.

4. Aplicar o algoritmo Simplex ao PPL:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 8 \\ & + & 4x_2 & + & 2x_3 & \leq & 16 \\ & & & & x_3 & \leq & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & & & \leq & 3 \\ -x_1 & & & + & x_3 & \leq & 3 \\ x_1 & , & x_2 & e & x_3 & \geq & 0 \\ -(x_1 & + & 3x_2) & & & = & z_0(x) \rightarrow \text{mín!} \end{array}\right.$$

determinando a solução ótima. Suponha alterado o termo independente b, de forma que para a mesma base B, os valores do vetor x sejam: $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, $x_6 = 4$, $x_7 = -1$, $x_8 = -5$, $x_3 = x_4 = x_5 = 0$. Qual a alteração de b correspondente a essa nova solução? Aplique Dual-Simplex para alcançar a nova solução.

5. Uma fábrica de sorvete tem 2 linhas de produção: picolé e copinho. O quadro abaixo mostra os recursos disponíveis:

	picolé	copinho	
homens/hora	3	1	160
espaço	1	1	170
Lucro líquido por tonelada	40	30	

(a) Qual a produção diária que maximiza o lucro? Utilizando o quadro ótimo, determinar B^{*-1} associada a x^*.

(b) Formular o dual e encontrar a solução ótima u^* pelo quadro ótimo acima.

(c) Interpretar economicamente as variáveis duais u_i^*. Aumentar de 1 unidade a quantidade de recursos disponíveis e utizando B^{*-1}, calcular a nova solução. Interpretar econimocamente.

6. Considere o PPL abaixo:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \sum_{j=1}^{2} a_{ij}x_j & \geq & b_i, \quad i = 1, ..., 20 \\ x_j & \geq & 0, \quad j = 1, 2 \\ \sum_{j=1}^{2} c_j x_j & = & z_0(x) \ \rightarrow \text{mín!} \end{array}\right.$$

que denominaremos de primal. Formular o dual deste problema. Qual dos dois seria mais fácil resolver? Comparar o número de variáveis (naturais, de folga e artificiais). Justifique sua resposta.