UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO - DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Lista 2 - Programação Linear

1. De acordo com os exemplos dados, reconhecer o gráfico para os PPLs abaixo, encontrar a solução ótima, caso exista. Faça uma análise da solução gráfica. Considere os PPLs com as restrições de não-negatividade.

   (a) $$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ -5x_1 + 2x_2 \geq -10 \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1 + 2x_2 = f(x) \to \min! \end{cases}$$

   (b) $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ x_1 + 2x_2 = f(x) \to \max! \end{cases}$$

   (c) $$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + 2x_2 = f(x) \to \min! \end{cases}$$

2. Considere os seguintes conjuntos de restrições. Adicione as variáveis de folga e 2 a 2 das n+m variáveis, caracterize todos os vértices (viáveis ou não viáveis).

   (a) $$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \end{cases}$$

   (b) $$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq -4 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 - 3x_2 \geq -5 \end{cases}$$

3. Mostre que o um conjunto unitário é convexo.

4. Seja M^* o conjunto das soluções ótimas de um PPL. Verifique se M^* é um conjunto convexo.

5. Se um PPL possui mais de 1 (uma) solução podemos dizer que este PPL possuirá uma infinidade de soluções? Justifique sua resposta.

6. Seja x^* uma solução ótima de um PPL, e seja M o seu conjunto de soluções viáveis. Verificar se as afirmações a seguir são verdadeiras, justificando-as.

   (a) x^* pode ser combinação linear convexa legítima de pontos distintos $x_1, x_2, \ldots, x_s$ de M.

   (b) Caso a afirmação acima seja verdadeira, $x_1, x_2, \ldots, x_s$ obrigatoriamente serão soluções ótimas do PPL.

7. Mostre que toda solução básica viável de um sistema Ax=b é vértice do conjunto de soluções vivéis.

8. Mostre que todo vértice de um conjunto de soluções viáveis de sistema Ax=b é uma solução básica viável.

9. Considere o PPL abaixo:

$$\begin{cases} x_1 & & & \leq & 2 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \\ 5x_1 & + & 5x_2 & = & \text{f(x)} \rightarrow \text{máx!} \end{cases}$$

   (a) Indicar graficamente a solução.

   (b) Escreva o PPL acima na Forma-Padrão.

10. Considerando ainda o PPL do exercício anterior, verifique se as afirmações abaixo estão certas ou erradas. Justique sua resposta.

    (a) O conjunto M das soluções viáveis é limitado.

    (b) Existem apenas 2 soluções ótimas.

    (c) Existe uma infinidade de soluções ótimas.

11. Justificar que se x̂ é vértice de M, ele não poderá ser escrito como uma combinação linear convexa legítima de 2 ou mais pontos distintos do conjunto M.
    Obs: basta considerar 2 pontos distintos.

12. Verifique se as afirmações abaixo estão certas ou erradas. Justique sua resposta.

    (a) Seja um PPL cujo conjunto M das soluções viáveis é fechado e não limitado. A solução ótima sempre existe e pode ser única ou múltiplas.

    (b) Seja um PPL cujo conjunto M das soluções viáveis é fechado e limitado. Sempre a solução ótima existe e é única.

    (c) Se M é unitário sempre existirá a solução ótima.

13. Mostre que para x_s substituir x_r na base, isto é, $(x_1, \ldots x_r, \ldots, x_m)$ se tornar $(x_1, \ldots x_s, \ldots, x_m)$, é possível quando o coeficiente $a_{rs} \neq 0$.

14. Considere o PPL mín $f(x) = cx$, sujeito a $Ax = b$, $x > 0$. Se for adicionado mais uma restrição, se x^* (ótimo) existe, o que pode acontecer a ele? Construa exemplos para ilustrar sua resposta.

15. Resolva algebricamente a primeira iteração do Simplex, isto é, decida qual variável não-básica entrará na base e qual variável básica sairá da base para o PPL abaixo:

$$\begin{cases} -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ 2x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & = & f(x) \rightarrow \max! \end{cases}$$