

Análise de Algoritmo

Lista de Exercício 3

1. Estude o problema do ciclo Hamiltoniano (uma boa fonte é T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, 2001).
2. O problema de otimização COMPRIMENTO-CAMINHO-MAISLONGO toma como argumento um grafo não dirigido $G = (V, E)$ e dois vértices u e v pertencentes a V , e determina o comprimento do caminho simples mais longo entre os dois vértices. Assuma, agora, que o problema de decisão CAMINHO-MAISLONGO = $\{\langle G, u, v, k \rangle : G = (V, E) \text{ é um grafo não dirigido, } u, v \in V, k \geq 0 \text{ é um inteiro, e existe um caminho simples de } u \text{ para } v \text{ em } G \text{ cujo comprimento é no máximo } k\}$. Mostre que o problema de otimização COMPRIMENTO-CAMINHO-MAISLONGO pode ser resolvido em tempo polinomial se e somente se CAMINHO-MAISLONGO $\in P$.
3. Dois grafos $G = (V, E)$ e $G' = (V', E')$ são isomórficos se existe uma bijeção $f : V \rightarrow V'$ tal que $(u, v) \in E$ se e somente se $(f(u), f(v)) \in E'$. Por outras palavras, nós podemos rotular os vértices de G para os vértices de G' , mantendo as arestas correspondentes em G e G' .

Considere o problema de decisão ISOMORFISMO-GRAFO = $\{\langle G_1, G_2 \rangle : G_1 \text{ e } G_2 \text{ são grafos isomórficos}\}$. Prove que ISOMORFISMO-GRAFO $\in NP$ descrevendo um algoritmo polinomial para verificar um certificado para este problema de decisão. Note que você deve explicitar o que seria o seu certificado.

4. Prove que $X \leq^P \bar{X}$ se e somente se $\bar{X} \leq^P X$, onde X representa um problema de decisão e \bar{X} o seu complemento.
5. Considere o problema de decisão CICLO-SIMPLES-MAISLONGO toma como argumento um grafo não dirigido G e um inteiro k , e visa determinar se G contém um ciclo simples de tamanho k . Mostre que este problema é NP -completo.
6. Mostre que Conjunto-Independente \leq^P Cobertura por Vértices.
7. Dada uma matriz inteira A de m linhas e n colunas e um vetor de inteiros b de m linhas, o problema de programação linear inteira 0-1 visa determinar se existe um vetor coluna de dimensão n com elementos do conjunto $\{0, 1\}$ tal que $Ax \leq b$. Prove que problema de programação linear inteira 0-1 é NP -completo.